УДК 512.542

ДОСТАТОЧНЫЙ ПРИЗНАК РАЗРЕШИМОЙ НАСЫЩЕННОСТИ ФОРМАЦИИ

С.Ф. Каморников

Международный университет «МИТСО», Гомельский филиал

A SUFFICIENT CONDITION FOR A FORMATION TO BE SOLUBLY SATURATED

S.F. Kamornikov

Gomel Branch of International University «MITSO»

Для формации $\mathfrak{F}$ и множества простых чисел π исследуется разрешимая насыщенность формации $S_\pi^{\mathfrak{F}}$ всех конечных групп, у которых каждая π-подгруппа принадлежит $\mathfrak{F}$.

Ключевые слова: *конечная группа*, *π-подгруппа*, *формация*, *разрешимо насыщенная формация*, *s-критическая группа.*

For a formation $\mathfrak{F}$ and for a set π of primes, the solubly saturation of the formation $S_\pi^{\mathfrak{F}}$ of all finite groups whose all π-subgroups belong to $\mathfrak{F}$ is investigated.

Keywords: *finite group*, *π-subgroup*, *formation*, *solubly saturated formation*, *s-critical group.*

Введение

Главная цель работы – доказательство следующего достаточного признака разрешимой насыщенности формации.

Теорема. *Пусть $\mathfrak{F}$ – формация и π – множество простых чисел. Предположим, что выполняются следующие условия*:

(1) *группа $G/G^{\mathfrak{F}}$ разрешима для любой π-группы $G \in Crit_s(\mathfrak{F})$*;

(2) *формация $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{S}_\pi$ является наследственной и насыщенной.*

Тогда $S_\pi^{\mathfrak{F}}$ – наследственная разрешимо насыщенная формация.

Отметим, что формации $S_\pi^{\mathfrak{F}}$ активно используются в приложениях. Например, в [1] при изучении групп с заданными нормализаторами силовских подгрупп рассматривался класс $S_\pi^{\mathfrak{N}}$ всех конечных групп, у которых каждая π-подгруппа нильпотентна (π – множество простых чисел). При этом показано, что класс $S_\pi^{\mathfrak{N}}$ является наследственной формацией, которая в общем случае не является насыщенной. В [2] в универсуме $\mathfrak{S}$ всех конечных разрешимых групп при изучении свойств холловых подгрупп во фраттиниевых расширениях групп рассматривался класс $E_\pi\mathfrak{F}$, совпадающий в $\mathfrak{S}$ с классом $S_\pi^{\mathfrak{F}}$ в случае наследственной формации $\mathfrak{F}$.

1 Предварительные результаты

В работе рассматриваются только конечные группы. Используются определения и обозначения, принятые в [3]–[4].

Напомним, что *формация* – это класс групп, замкнутый относительно взятия гомоморфных образов и конечных подпрямых произведений. Если $\mathfrak{F}$ – непустая формация, то через $G^{\mathfrak{F}}$ обозначается пересечение всех тех нормальных подгрупп N группы G, для которых $G/N \in \mathfrak{F}$ (подгруппа $G^{\mathfrak{F}}$ называется $\mathfrak{F}$*-корадикалом* группы G).

Зафиксируем следующие обозначения: $\mathfrak{E}$ – класс всех групп; $\mathfrak{S}$ – класс всех разрешимых групп; $\mathfrak{U}$ – класс всех сверхразрешимых групп; $\mathfrak{N}$ – класс всех нильпотентных групп; если $\mathfrak{F}$ – непустой класс и π – множество простых чисел, то $\mathfrak{F}_\pi$ – класс всех π-групп из $\mathfrak{F}$. Через $G_{\mathfrak{S}}$ обозначается $\mathfrak{S}$*-радикал* группы G, т. е. наибольшая нормальная разрешимая подгруппа группы G.

Наследственная формация $\mathfrak{F}$ – это формация, замкнутая относительно взятия подгрупп.

Формация $\mathfrak{F}$ называется *насыщенной*, если из $G/\Phi(G) \in \mathfrak{F}$ всегда следует $G \in \mathfrak{F}$. На основании теоремы Гашюца – Любезедер – Шмида [3, теорема IV.4.6] формация $\mathfrak{F}$ является насыщенной тогда и только тогда, когда она локальна. Развивая концепцию локальной формации, Л.А. Шеметков и Р. Бэр (параллельно и независимо) ввели понятие *композиционной* формации. Суть идеи состоит в рассмотрении класса $\mathfrak{F}$ групп с *f*-центральными рядами, где *f* – функция, ставящая в соответствие каждой простой (абелевой или неабелевой) группе некоторую формацию. В [3, стр. 370] такие функции называются *формационными функциями Бэра* (Л.А. Шеметков в [4] называет их *композиционными экранами*).

Для характеризации композиционных формаций Бэр ввел следующее понятие. Формация $\mathfrak{F}$ называется *разрешимо насыщенной*, если для любой разрешимой нормальной подгруппы N группы G из $G/\Phi(N)\in\mathfrak{F}$ всегда следует $G\in\mathfrak{F}$. Вопрос о соотношении композиционных и разрешимо насыщенных формаций решен следующей теоремой Бэра [3, теорема IV.4.17]: *формация является композиционной тогда и только тогда, когда она разрешимо насыщенна*.

Очевидно, каждая насыщенная формация является разрешимо насыщенной. Обратное неверно, на что указывает пример формации, порожденной простой неабелевой группой. В то же время в универсуме всех разрешимых групп понятия насыщенной и разрешимо насыщенной формаций эквивалентны.

Следуя [3], через $Crit_s(\mathfrak{F})$ будем обозначать класс всех s-критических групп. Напомним, что *s-критической группой* формации $\mathfrak{F}$ (или *$\mathfrak{F}$-критической группой*) называется группа, не принадлежащая $\mathfrak{F}$, все собственные подгруппы которой принадлежат $\mathfrak{F}$. Критическая группа формации всех нильпотентных групп – это группа Шмидта.

Центральным объектом работы является класс $S_\pi^{\mathfrak{F}}$. Для формации $\mathfrak{F}$ и множества π простых чисел он определяется как класс групп, у которых каждая π-подгруппа принадлежит $\mathfrak{F}$.

В виде лемм приведем ряд утверждений, необходимых для доказательства основного результата работы. Эти леммы содержат информацию об общих свойствах класса $S_\pi^{\mathfrak{F}}$.

***Лемма* 1.1.** *Пусть $\mathfrak{F}$ – формация и π – множество простых чисел. Тогда $S_\pi^{\mathfrak{F}}$ – наследственная формация.*

Доказательство. Наследственность класса $S_\pi^{\mathfrak{F}}$ следует из его определения.

Пусть N – нормальная подгруппа группы G, принадлежащей классу $S_\pi^{\mathfrak{F}}$, и H/N – некоторая π-подгруппа из G/N. Пусть L – минимальное добавление к N в H. Так как $N\cap L\subseteq\Phi(L)$, то L является π-подгруппой и $H=LN$. Теперь из $G\in S_\pi^{\mathfrak{F}}$ следует, что $L\in\mathfrak{F}$. Но тогда

$$H/N=LN/N\simeq L/L\cap N\in\mathfrak{F}$$

и $G/N\in S_\pi^{\mathfrak{F}}$. Таким образом, класс $S_\pi^{\mathfrak{F}}$ замкнут относительно взятия факторгрупп.

Покажем, что класс $S_\pi^{\mathfrak{F}}$ замкнут относительно взятия прямых произведений. Пусть A и B – группы из класса $S_\pi^{\mathfrak{F}}$ и $G=A\times B$. Если H – некоторая π-подгруппа из $A\times B$, то из $A\in S_\pi^{\mathfrak{F}}$ и $B\in S_\pi^{\mathfrak{F}}$ следует, что $HA/A\in\mathfrak{F}$ и $HB/B\in\mathfrak{F}$. Отсюда $H/H\cap A\in\mathfrak{F}$ и $H/H\cap B\in\mathfrak{F}$. Так как $\mathfrak{F}$ – формация, то

$$H\simeq H/(H\cap A)\cap(H\cap B)\in\mathfrak{F}.$$

Таким образом, $G=A\times B\in S_\pi^{\mathfrak{F}}$.

Из наследственности класса $S_\pi^{\mathfrak{F}}$ и замкнутости его относительно прямых произведений следует, что класс $S_\pi^{\mathfrak{F}}$ замкнут относительно подпрямых произведений. Лемма доказана.

***Лемма* 1.2.** *Для любой формации $\mathfrak{F}$ и любого множества π простых чисел справедливо равенство $Crit_s(S_\pi^{\mathfrak{F}})=Crit_s(\mathfrak{F})\cap\mathfrak{E}_\pi$.*

Доказательство. Пусть G – некоторая $S_\pi^{\mathfrak{F}}$-критическая группа. Тогда она обладает π-группой H, которая не принадлежит формации $\mathfrak{F}$. Так как G – $S_\pi^{\mathfrak{F}}$-критическая группа, то $H=G$. Следовательно, G является π-группой. Но тогда из определения класса $S_\pi^{\mathfrak{F}}$ следует, что $G\in Crit_s(\mathfrak{F})\cap\mathfrak{E}_\pi$. Итак, $Crit_s(S_\pi^{\mathfrak{F}})\subseteq Crit_s(\mathfrak{F})\cap\mathfrak{E}_\pi$.

Пусть теперь R – $\mathfrak{F}$-критическая π-группа. Тогда из определения класса $S_\pi^{\mathfrak{F}}$ и того, что R – π-группа, имеем $R\in Crit_s(S_\pi^{\mathfrak{F}})$. Следовательно, $Crit_s(\mathfrak{F})\cap\mathfrak{E}\subseteq Crit_s(S_\pi^{\mathfrak{F}})_\pi$. Лемма доказана.

Если $\mathfrak{F}$ – класс групп, то через $E_\pi\mathfrak{F}$ обозначается класс всех групп, обладающих холловыми π-подгруппами, принадлежащими $\mathfrak{F}$.

***Лемма* 1.3** [2]. *Для любой насыщенной формации $\mathfrak{F}$ и любого множества π простых чисел класс всех разрешимых $E_\pi\mathfrak{F}$-групп является насыщенной формацией.*

***Лемма* 1.4.** *Пусть $\mathfrak{F}$ – наследственная формация и π – множество простых чисел. Тогда справедливы следующие утверждения:*

(1) $S_\pi^{\mathfrak{F}}\cap\mathfrak{S}=E_\pi\mathfrak{F}\cap\mathfrak{S}$;

(2) *если формация $\mathfrak{F}\cap\mathfrak{S}_\pi$ является насыщенной, то насыщенной будет и формация $S_\pi^{\mathfrak{F}}\cap\mathfrak{S}$.*

Доказательство. По теореме Холла любая разрешимая группа G для любого множества π обладает холловой π-подгруппой. Поэтому из $G\in S_\pi^{\mathfrak{F}}\cap\mathfrak{S}$ всегда следует, что $G\in E_\pi\mathfrak{F}\cap\mathfrak{S}$.

Пусть $G\in E_\pi\mathfrak{F}\cap\mathfrak{S}$ и H – произвольная π-подгруппа из G. По теореме Холла H содержится в некоторой холловой π-подгруппе G_π группы G. Кроме того, все холловы π-подгруппы группы G сопряжены. Следовательно, ввиду $G\in E_\pi\mathfrak{F}$ подгруппа G_π принадлежит $\mathfrak{F}$. Так как формация $\mathfrak{F}$ является наследственной, то $H\in\mathfrak{F}$ и $G\in S_\pi^{\mathfrak{F}}\cap\mathfrak{S}$. Утверждение (1) доказано.

Утверждение (2) следует из утверждения (1) и леммы 1.3. Лемма доказана.

2 Доказательство теоремы

Пусть $\mathfrak{H} = S_{\pi}^{\mathfrak{F}}$. Ввиду леммы 1.1 класс $\mathfrak{H}$ – наследственная формация.

Предположим, что теорема неверна. Тогда существует группа G минимального порядка такая, что $G/\Phi(G_{\mathfrak{S}}) \in \mathfrak{H}$, но $G \notin \mathfrak{H}$. Пусть L – минимальная нормальная подгруппа группы G, содержащаяся в $\Phi(G_{\mathfrak{S}})$. Так как

$$\Phi(G_{\mathfrak{S}})/L = \Phi(G_{\mathfrak{S}}/L) = \Phi((G/L)_{\mathfrak{S}}),$$

то группа $(G/L)\Phi((G/L)_{\mathfrak{S}})$ принадлежит формации $\mathfrak{H}$ как гомоморфный образ группы $G/\Phi(G_{\mathfrak{S}})$. Отсюда ввиду выбора группы G имеем, что $G/L \in \mathfrak{H}$. Так как L – минимальная нормальная подгруппа группы G и $G \notin \mathfrak{H}$, то L – $\mathfrak{H}$-корадикал группы G.

Так как группа G не принадлежит $\mathfrak{H}$, то G содержит некоторую подгруппу D, которая является $\mathfrak{H}$-критической группой. Так как формация $\mathfrak{H}$ является наследственной, то подгруппа DL/L группы G/L принадлежит формации $\mathfrak{H}$. Поэтому из изоморфизма $DL/L \simeq D/D \cap L$ следует, что $\mathfrak{H}$-корадикал $D^{\mathfrak{H}}$ группы D содержится в подгруппе L, которая абелева. Следовательно, $\mathfrak{H}$-корадикал группы D разрешим. С другой стороны, ввиду леммы 1.2 имеем $D \in Crit_s(\mathfrak{F}) \cap \mathfrak{E}_{\pi}$. Поэтому из условия теоремы факторгруппа $D/D^{\mathfrak{H}} = D/D^{\mathfrak{F}}$ является разрешимой. Отсюда и из разрешимости $D^{\mathfrak{H}}$ следует, что подгруппа D является разрешимой.

Рассмотрим подгруппу $X = DG_{\mathfrak{S}}$. Так как подгруппа D разрешима, то разрешимой будет и подгруппа X. При этом из наследственности формации $\mathfrak{H}$ следует, что факторгруппа $X/\Phi(G_{\mathfrak{S}})$ принадлежит $\mathfrak{H}$. Так как подгруппа $G_{\mathfrak{S}}$ нормальна в $DG_{\mathfrak{S}} = X$, то по свойству подгруппы Фраттини справедливо включение $\Phi(G_{\mathfrak{S}}) \subseteq \Phi(X)$. Поэтому группа $X/\Phi(X)$ принадлежит $\mathfrak{H}$ как гомоморфный образ группы $X/\Phi(G_{\mathfrak{S}})$. Так как подгруппа X разрешима, то $X/\Phi(X) \in S_{\pi}^{\mathfrak{F}} \cap \mathfrak{S}$. Отсюда ввиду утверждения (2) леммы 1.4 имеем, что $X \in \mathfrak{H}$. Теперь из наследственности формации $\mathfrak{H}$ следует, что $D \in \mathfrak{H}$. Пришли к противоречию с тем, что D – $\mathfrak{H}$-критическая группа. Следовательно, формация $S_{\pi}^{\mathfrak{F}}$ является разрешимо насыщенной. Теорема доказана.

3 Некоторые приложения и примеры

Отметим наиболее важные частные случаи теоремы. Из приведенной выше теоремы Бэра имеем

***Следствие* 3.1**. *Пусть $\mathfrak{F}$ – формация и π – множество простых чисел. Предположим, что выполняются следующие условия*:

(1) *группа $G/G^{\mathfrak{F}}$ разрешима для любой π-группы $G \in Crit_s(\mathfrak{F})$*;

(2) *формация $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{S}_{\pi}$ является наследственной и насыщенной.*

Тогда $S_{\pi}^{\mathfrak{F}}$ – наследственная композиционная формация.

Если π – множество всех простых чисел, то из теоремы прямо получаем следующий результат.

***Следствие* 3.2** [5]. *Пусть $\mathfrak{F}$ – наследственная формация, для которой выполняются следующие условия*:

(1) *группа $G/G^{\mathfrak{F}}$ разрешима для любой группы $G \in Crit_s(\mathfrak{F})$*;

(2) *формация $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{S}$ является насыщенной.*

Тогда формация $\mathfrak{F}$ является разрешимо насыщенной.

Из основного результата работы следует, что тестирование наследственной формации $\mathfrak{F}$ на разрешимую насыщенность в ряде случаев полезно проводить по следующей схеме: 1) исследовать структуру $\mathfrak{F}$-критических групп; 2) проверить формацию $\mathfrak{F} \cap \mathfrak{S}$ на насыщенность.

Проиллюстрируем эффективность рассмотренной схемы на конкретных примерах. Напомним, что формация $\mathfrak{F}$ называется *формацией Шеметкова*, если все ее s-критические группы являются либо группами простого порядка, либо группами Шмидта. Из работы [6] следует, что любая разрешимая формация Шеметкова является насыщенной.

***Следствие* 3.3** [7]–[8]. *Любая наследственная формация Шеметкова является разрешимо насыщенной.*

Формация Фиттинга – это формация $\mathfrak{F}$, замкнутая относительно взятия нормальных подгрупп и обладающая тем свойством, что из $G = AB$, где $A \triangleleft G$, $B \triangleleft G$, $A \in \mathfrak{F}$, $B \in \mathfrak{F}$, всегда следует $G \in \mathfrak{F}$. Из теоремы Брайса и Косси [9] следует, что каждая разрешимая формация Фиттинга является насыщенной.

***Следствие* 3.4.** *Пусть $\mathfrak{F}$ – наследственная формация Фиттинга. Если для любой группы $G \in Crit_s(\mathfrak{F})$ группа $G/G^{\mathfrak{F}}$ разрешима, то формация $\mathfrak{F}$ является разрешимо насыщенной.*

***Следствие* 3.5.** *Пусть $\mathfrak{F}$ – наследственная формация Фиттинга. Если каждая группа $G \in Crit_s(\mathfrak{F})$ разрешима, то формация $\mathfrak{F}$ является разрешимо насыщенной.*

В [10] построен пример наследственной формации Фиттинга, которая не является разрешимо насыщенной. Этот пример показывает, что ограничение на $\mathfrak{F}$-критические группы в следствии 3.4 существенно.

Если $\mathfrak{F}$ – разрешимая формация (т. е. $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{S}$) и $G \in Crit_s(\mathfrak{F})$, то либо группа G разрешима, либо группа $G/\Phi(G)$ изоморфна группе из следующего списка: $PSL_2(2^p)$, p – простое число; $PSL_2(3^p)$, p – нечетное простое число; $PSL_2(p)$, p – простое число, большее 3, для которого $p^2+1 \equiv 0 \pmod 5$; $Sz(2^p)$, p – нечетное простое число; $PSL_3(3)$. Таким образом, для любой группы $G \in Crit_s(\mathfrak{F})$ группа $G/G^{\mathfrak{F}}$ разрешима. Поэтому имеет место

***Следствие* 3.6.** *Пусть $\mathfrak{F}$ – разрешимая наследственная насыщенная формация. Тогда для любого множества π простых чисел $S_\pi^{\mathfrak{F}}$ – наследственная разрешимо насыщенная формация.*

Так как формации $\mathfrak{N}$ и $\mathfrak{U}$ являются наследственными и насыщенными, то справедливы следующие утверждения.

***Следствие* 3.7.** *Для любого множества π простых чисел формация $S_\pi^{\mathfrak{N}}$ является разрешимо насыщенной.*

***Следствие* 3.8.** *Для любого множества π простых чисел формация $S_\pi^{\mathfrak{U}}$ является разрешимо насыщенной.*

Отметим, что ввиду теоремы Хупперта из [11] любая s-критическая группа формации $\mathfrak{U}$ всех сверхразрешимых групп является разрешимой.

Открытый вопрос. *Пусть $\mathfrak{F}$ – разрешимая наследственная формация, у которой все ее s-критические группы являются либо группами простого порядка, либо $\mathfrak{U}$-критическими группами. Является ли $\mathfrak{F}$ насыщенной формацией?*

Подгруппа H группы G называется *$\mathfrak{F}$-субнормальной*, если либо $H = G$, либо существует максимальная цепь подгрупп

$$G = H_0 \supset H_1 \supset \ldots \supset H_n = H$$

такая, что $(H_{i-1})^{\mathfrak{F}} \subseteq H_i$ для всех $i = 1, 2, \ldots, n$.

Понятие $\mathfrak{F}$-субнормальной подгруппы является естественным обобщением понятия субнормальности. Для произвольных конечных групп оно впервые рассмотрено Л. А. Шеметковым.

Формация $\mathfrak{F}$ называется *сверхрадикальной*, если она удовлетворяет следующим требованиям:

1) $\mathfrak{F}$ – нормально наследственная формация;

2) любая группа $G = AB$, где A и B – $\mathfrak{F}$-субнормальные $\mathfrak{F}$-подгруппы из G, принадлежит $\mathfrak{F}$.

В 1999 году в Коуровской тетради [12] под номером 14.99a) Л.А. Шеметковым был сформулирован следующий вопрос: *доказать, что всякая наследственная сверхрадикальная формация является разрешимо насыщенной формацией.*

В важном частном случае положительный ответ на этот вопрос дает

***Следствие* 3.9** [5]. *Пусть $\mathfrak{F}$ – наследственная сверхрадикальная формация. Если для любой группы $G \in Crit_s(\mathfrak{F})$ группа $G/G^{\mathfrak{F}}$ разрешима, то формация $\mathfrak{F}$ является разрешимо насыщенной.*

Отметим, что существуют сверхрадикальные формации, которые не являются наследственными [13].

Говорят, что формация $\mathfrak{F}$ *индуцирует функтор Виландта на $\mathfrak{F}$-субнормальных подгруппах*, если $\langle A, B\rangle^{\mathfrak{F}} = \langle A^{\mathfrak{F}}, B^{\mathfrak{F}}\rangle$ для любых двух $\mathfrak{F}$-субнормальных подгрупп A и B каждой группы G. В книге [14] такая формация называется *формацией, обладающей обобщенным свойством Виландта для корадикалов,* или *GWP-формацией*.

***Следствие* 3.10**. *Любая GWP-формация является разрешимо насыщенной*.

Как отмечено в [15], любая GWP-формация всегда является насыщенной. В то же время примеры, построенные в [1], показывают, что формация $S_\pi^{\mathfrak{F}}$ не является насыщенной даже в случае $\mathfrak{F} = \mathfrak{N}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kazarin*, *L.S.* On Sylow normalizers of finite groups / L.S. Kazarin, A. Martinez-Pastor, M.D. Perez-Ramos // J. Algebra Appl. – 2014. – Vol. 13, № 3. – 1350116. – 1–20.

2. *Blessenohl*, *D.* Über Formationen und Halluntergruppen endlicher auflöosbarer Gruppen / D. Blessenohl // Math. Z. – 1975. – Vol. 142, № 3. – P. 299–300.

3. *Doerk*, *K.* Finite soluble groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin – New-York: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.

4. *Шеметков*, *Л.А.* Формации конечных групп / Л.А. Шеметков. – М.: Наука, 1978. – 272 с.

5. *Ballester-Bolinches*, *A.* A note on solubly saturated formations of finite groups / A. Ballester-Bolinches, S.F. Kamornikov // J. Algebra Appl. – 2015. – Vol. 14, № 4. – 1550047. – 1–4.

6. *Скиба*, *А.Н.* Об одном классе локальных формаций / А.Н. Скиба // ДАН БССР. – 1990. – Т. 34, № 11. – С. 982–985.

7. *Каморников*, *С.Ф.* О двух проблемах Л.А. Шеметкова / С.Ф. Каморников // Сиб. мат. журнал. – 1994. – Т. 35, № 4. – С. 801–812.

8. *Каморников*, *С.Ф.* Подгрупповые функторы и классы конечных групп / С.Ф. Каморников, М.В. Селькин. – Минск: Беларуская навука, 2003. – 256 с.

9. *Bryce*, *R.A.* Fitting formations of finite soluble groups / R.A. Bryce, R. Cossey // Math. Z. – 1972. – Vol. 127, №3. – P. 217–223.

10. *Каморников*, *С.Ф.* О двух задачах из «Коуровской тетради» / С.Ф. Каморников // Мат. заметки. – 1994. – Т. 55, № 6. – С. 59–63.

11. *Huppert*, *B.* Normalteiler und maximale Untergruppen endlicher Gruppen / B. Huppert // Math. Z. – 1954. – Vol. 60. – P. 409–434.

12. *Мазуров*, *В.Д.* Нерешенные вопросы теории групп: Коуровская тетрадь / В.Д. Мазуров, Е.И. Хухро. – Новосибирск: Институт математики СО РАН, 2006. – 194 с.

13. *Каморников*, *С.Ф.* Об одном примере гиперрадикальной формации / С.Ф. Каморников // Проблемы физики, математики и техники. – 2014. – № 3. – С. 61–64.

14. *Ballester-Bolinches*, *A.* Classes of finite groups / A. Ballester-Bolinches, L.M. Ezquerro. – Dordrecht: Springer, 2006. – 385 p.

15. *Ballester-Bolinches*, *A.* On formations of finite groups with the generalized Wielandt property for residuals / A. Ballester-Bolinches, S.F. Kamornikov, V. Perez-Calabuig // J. Algebra. – 2014. – Vol. 412. – P. 173–178.

Поступила в редакцию 27.06.15.